

数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 x は正の実数で、 $x^2 + \frac{4}{x^2} = 9$ を満たすとする。このとき

$$\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = \boxed{\text{アイ}}$$

であるから、 $x + \frac{2}{x} = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ である。さらに

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{8}{x^3} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)\left(x^2 + \frac{4}{x^2} - \boxed{\text{ウ}}\right) \\ &= \boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オカ}}} \end{aligned}$$

である。また

$$x^4 + \frac{16}{x^4} = \boxed{\text{キク}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は 24 ページに続く。)

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 実数 x に関する 2 つの条件 p, q を

$$p: x = 1$$

$$q: x^2 = 1$$

とする。また、条件 p, q の否定をそれぞれ \bar{p}, \bar{q} で表す。

- (1) 次の , , , に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

q は p であるための 。

\bar{p} は q であるための 。

(p または \bar{q}) は q であるための 。

(\bar{p} かつ q) は q であるための 。

- ① 必要条件だが十分条件でない
- ② 十分条件だが必要条件でない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) 実数 x に関する条件 r を

$$r: x > 0$$

とする。次の に当てはまるものを、下の①～⑦のうちから一つ選べ。

3つの命題

$$A: [(p \text{ かつ } q) \implies r]$$

$$B: [q \implies r]$$

$$C: [\bar{q} \implies \bar{p}]$$

の真偽について正しいものは である。

- ① A は真, B は真, C は真
- ② A は真, B は真, C は偽
- ③ A は真, B は偽, C は真
- ④ A は真, B は偽, C は偽
- ⑤ A は偽, B は真, C は真
- ⑥ A は偽, B は真, C は偽
- ⑦ A は偽, B は偽, C は真
- ⑧ A は偽, B は偽, C は偽

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

[3] a を定数とし, $g(x) = x^2 - 2(3a^2 + 5a)x + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$ とおく。2 次関数 $y = g(x)$ のグラフの頂点は

$$\left(\boxed{\text{セ}} a^2 + \boxed{\text{ソ}} a, \boxed{\text{タ}} a^4 + \boxed{\text{チツ}} a^2 + \boxed{\text{テト}} \right)$$

である。

a が実数全体を動くとき, 頂点の x 座標の最小値は $-\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

次に, $t = a^2$ とおくと, 頂点の y 座標は

$$\boxed{\text{タ}} t^2 + \boxed{\text{チツ}} t + \boxed{\text{テト}}$$

と表せる。したがって, a が実数全体を動くとき, 頂点の y 座標の最小値は

$\boxed{\text{ノハ}}$ である。

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

[1] $\triangle ABC$ において, $AB = \sqrt{3} - 1$, $BC = \sqrt{3} + 1$, $\angle ABC = 60^\circ$ とする。

(1) $AC = \sqrt{\text{ア}}$ であるから, $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\sqrt{\text{イ}}$ であり

$$\sin \angle BAC = \frac{\sqrt{\text{ウ}} + \sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}$$

である。ただし, ウ , エ の解答の順序は問わない。

(2) 辺 AC 上に点 D を, $\triangle ABD$ の面積が $\frac{\sqrt{2}}{6}$ になるようにとるとき

$$AB \cdot AD = \frac{\text{カ} \sqrt{\text{キ}} - \text{ク}}{\text{ケ}}$$

であるから, $AD = \frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 30 ページに続く。)

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 スキージャンプは、飛距離および空中姿勢の美しさを競う競技である。選手は斜面を滑り降り、斜面の端から空中に飛び出す。飛距離 D (単位は m) から得点 X が決まり、空中姿勢から得点 Y が決まる。ある大会における 58 回のジャンプについて考える。

(1) 得点 X 、得点 Y および飛び出すときの速度 V (単位は km/h) について、図 1 の 3 つの散布図を得た。

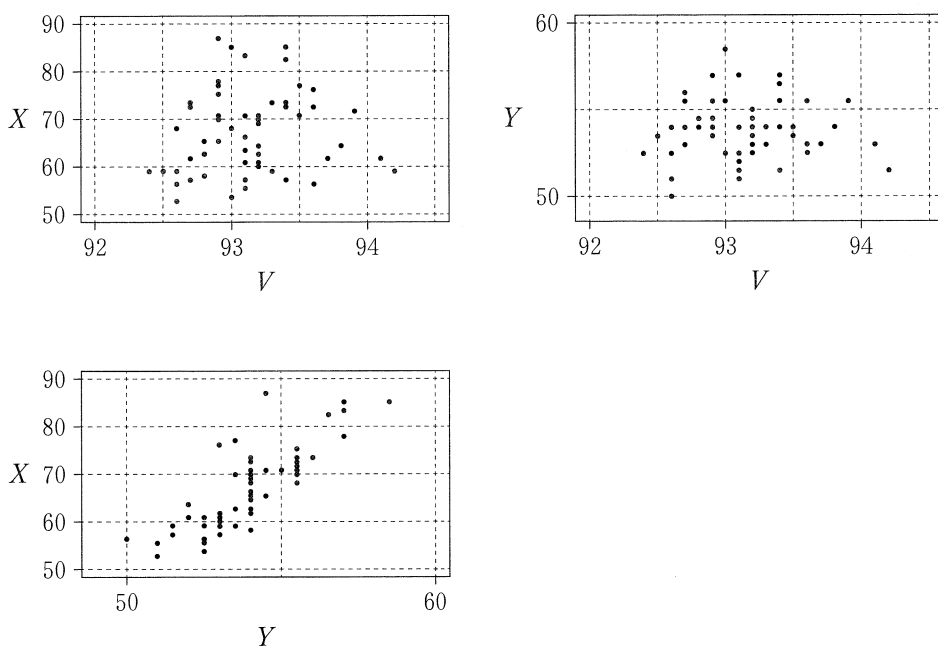


図 1

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

次の , , に当てはまるものを, 下の①~⑥のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

図 1 から読み取れることとして正しいものは, , , である。

- ① X と V の間の相関は, X と Y の間の相関より強い。
- ② X と Y の間には正の相関がある。
- ③ V が最大のジャンプは, X も最大である。
- ④ V が最大のジャンプは, Y も最大である。
- ⑤ Y が最小のジャンプは, X は最小ではない。
- ⑥ X が 80 以上のジャンプは, すべて V が 93 以上である。
- ⑦ Y が 55 以上かつ V が 94 以上のジャンプはない。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(2) 得点 X は、飛距離 D から次の計算式によって算出される。

$$X = 1.80 \times (D - 125.0) + 60.0$$

次の , , にそれぞれ当てはまるものを、下の ①~⑥のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- X の分散は、 D の分散の 倍になる。
- X と Y の共分散は、 D と Y の共分散の 倍である。ただし、共分散は、2つの変量のそれぞれにおいて平均値からの偏差を求め、偏差の積の平均値として定義される。
- X と Y の相関係数は、 D と Y の相関係数の 倍である。

- ① - 125 ② - 1.80 ③ 1 ④ 1.80
⑤ 3.24 ⑥ 3.60 ⑦ 60.0

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 34 ページに続く。)

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

- (3) 58回のジャンプは29名の選手が2回ずつ行ったものである。1回目の $X+Y$ (得点 X と得点 Y の和)の値に対するヒストグラムと2回目の $X+Y$ の値に対するヒストグラムは図2のA, Bのうちのいずれかである。また, 1回目の $X+Y$ の値に対する箱ひげ図と2回目の $X+Y$ の値に対する箱ひげ図は図3のa, bのうちのいずれかである。ただし, 1回目の $X+Y$ の最小値は108.0であった。

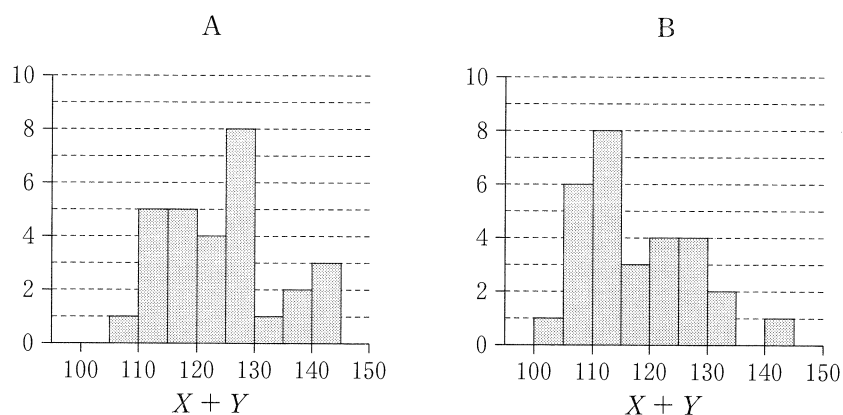


図 2

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

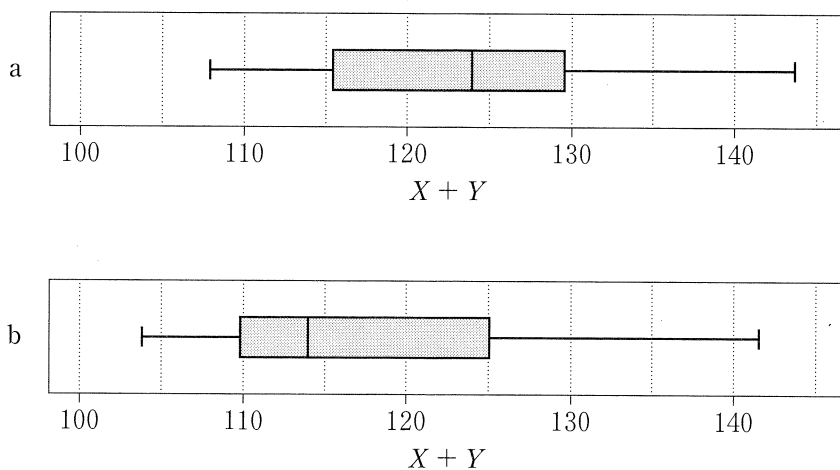


図 3

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

次の に当てはまるものを、下の表の①~③のうちから一つ選べ。

1 回目の $X + Y$ の値について、ヒストグラムおよび箱ひげ図の組合せとして正しいものは、 である。

	①	②	③
ヒストグラム	A	A	B
箱ひげ図	a	b	a

次の に当てはまるものを、下の①~③のうちから一つ選べ。

図 3 から読み取れることとして正しいものは、 である。

- ① 1 回目の $X + Y$ の四分位範囲は、2 回目の $X + Y$ の四分位範囲より大きい。
- ② 1 回目の $X + Y$ の中央値は、2 回目の $X + Y$ の中央値より大きい。
- ③ 1 回目の $X + Y$ の最大値は、2 回目の $X + Y$ の最大値より小さい。
- ④ 1 回目の $X + Y$ の最小値は、2 回目の $X + Y$ の最小値より小さい。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

あたりが 2 本、はずれが 2 本の合計 4 本からなるくじがある。A, B, C の 3 人がこの順に 1 本ずつくじを引く。ただし、1 度引いたくじはもとに戻さない。

- (1) A, B の少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_1 の確率は、

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

- (2) 次の $\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを、下の①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

A, B, C の 3 人で 2 本のあたりのくじを引く事象 E は、3 つの排反な事象

$$\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}$$

の和事象である。

- ① A がはずれのくじを引く事象
- ② A だけがはずれのくじを引く事象
- ③ B がはずれのくじを引く事象
- ④ B だけがはずれのくじを引く事象
- ⑤ C がはずれのくじを引く事象
- ⑥ C だけがはずれのくじを引く事象

また、その和事象の確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

- (3) 事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率は、 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

る。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

(4) 次の , , に当てはまるものを, 下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

B, C の少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_2 は, 3 つの排反な事象 , , の和事象である。

- ① A がはずれのくじを引く事象
- ② A だけがはずれのくじを引く事象
- ③ B がはずれのくじを引く事象
- ④ B だけがはずれのくじを引く事象
- ⑤ C がはずれのくじを引く事象
- ⑥ C だけがはずれのくじを引く事象

また, その和事象の確率は $\frac{\text{ス}}{\text{セ}}$ である。他方, A, C の少なくとも一

方があたりのくじをひく事象 E_3 の確率は, $\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ である。

(5) 次の に当てはまるものを, 下の①~⑥のうちから一つ選べ。

事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_1 , 事象 E_2 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_2 , 事象 E_3 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_3 の間の大小関係は, である。

- ① $p_1 < p_2 < p_3$
- ② $p_1 > p_2 > p_3$
- ③ $p_1 < p_2 = p_3$
- ④ $p_1 > p_2 = p_3$
- ⑤ $p_1 = p_2 < p_3$
- ⑥ $p_1 = p_2 > p_3$
- ⑦ $p_1 = p_2 = p_3$

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

- (1) 百の位の数^けが 3，十の位の数^たが 7，一の位の数^たが a である 3 桁の自然数を $37a$ と表記する。

$37a$ が 4 で割り切れるのは

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad \boxed{\text{イ}}$$

のときである。ただし， $\boxed{\text{ア}}$ ， $\boxed{\text{イ}}$ の解答の順序は問わない。

- (2) 千の位の数^けが 7，百の位の数^たが b ，十の位の数^たが 5，一の位の数^たが c である 4 桁の自然数を $7b5c$ と表記する。

$7b5c$ が 4 でも 9 でも割り切れる b, c の組は，全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。これらのうち， $7b5c$ の値が最小になるのは $b = \boxed{\text{エ}}$ ， $c = \boxed{\text{オ}}$ のときで， $7b5c$ の値が最大になるのは $b = \boxed{\text{カ}}$ ， $c = \boxed{\text{キ}}$ のときである。

また， $7b5c = (6 \times n)^2$ となる b, c と自然数 n は

$$b = \boxed{\text{ク}}, \quad c = \boxed{\text{ケ}}, \quad n = \boxed{\text{コサ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(3) 1188 の正の約数は全部で 個ある。

これらのうち、2 の倍数は 個、4 の倍数は 個ある。

1188 のすべての正の約数の積を 2 進法で表すと、末尾には 0 が連続して 個並ぶ。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 3$ 、 $BC = 8$ 、 $AC = 7$ とする。

- (1) 辺 AC 上に点 D を $AD = 3$ となるようにとり、 $\triangle ABD$ の外接円と直線 BC の交点で B と異なるものを E とする。このとき、 $BC \cdot CE =$ アイ である

から、 $CE = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

直線 AB と直線 DE の交点を F とするとき、 $\frac{BF}{AF} = \frac{\text{オカ}}{\text{キ}}$ であるから、

$AF = \frac{\text{クケ}}{\text{コ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(2) $\angle ABC = \boxed{\text{サシ}}^\circ$ である。△ABC の内接円の半径は $\frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$

であり、△ABC の内心を I とすると $BI = \frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。