

数学 I ・ 数学 A

| 問 題 | 選 択 方 法 |
|-------|----------------------------|
| 第 1 問 | 必 答 |
| 第 2 問 | 必 答 |
| 第 3 問 | } いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。 |
| 第 4 問 | |
| 第 5 問 | |

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

(1) 不等式

$$n < 2\sqrt{13} < n + 1 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を満たす整数 n は である。実数 a , b を

$$a = 2\sqrt{13} - \text{ア} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$$b = \frac{1}{a} \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

で定める。このとき

$$b = \frac{\text{イ} + 2\sqrt{13}}{\text{ウ}} \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

である。また

$$a^2 - 9b^2 = \text{エオカ} \sqrt{13}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

① から

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{2} < \sqrt{13} < \frac{\boxed{\text{ア}} + 1}{2} \dots\dots\dots \text{⑤}$$

が成り立つ。

太郎さんと花子さんは、 $\sqrt{13}$ について話している。

太郎：⑤ から $\sqrt{13}$ のおよその値がわかるけど、小数点以下はよくわからないね。

花子：小数点以下をもう少し詳しく調べることができないかな。

① と ④ から

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{m} < b < \frac{\boxed{\text{ウ}} + 1}{m}$$

を満たす整数 m は **キク** となる。よって、③ から

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{m + 1} < a < \frac{\boxed{\text{ウ}}}{m} \dots\dots\dots \text{⑥}$$

が成り立つ。

$\sqrt{13}$ の整数部分は **ケ** であり、② と ⑥ を使えば $\sqrt{13}$ の小数第 1 位の数字は **コ**、小数第 2 位の数字は **サ** であることがわかる。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 37 ページの三角比の表を用いてもよい。

水平な地面(以下，地面)に垂直に立っている電柱の高さを，その影の長さ
と太陽高度を利用して求めよう。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

図 1 のように、電柱の影の先端は坂の斜面(以下、坂)にあるとする。また、坂には傾斜を表す道路標識が設置されていて、そこには 7 % と表示されているとする。

電柱の太さと影の幅は無視して考えるものとする。また、地面と坂は平面であるとし、地面と坂が交わってできる直線を l とする。

電柱の先端を点 A とし、根もとを点 B とする。電柱の影について、地面にある部分を線分 BC とし、坂にある部分を線分 CD とする。線分 BC, CD がそれぞれ l と垂直であるとき、電柱の影は坂に向かってまっすぐにのびているということにする。

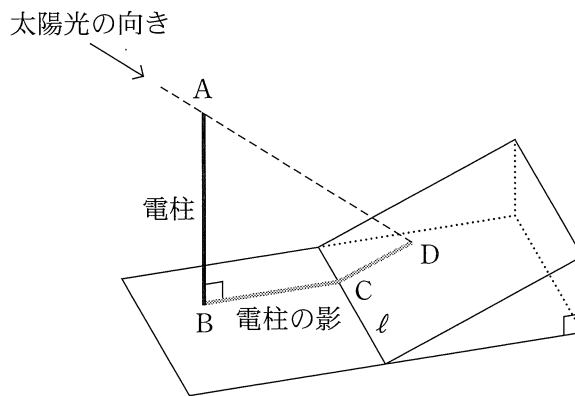


図 1

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

電柱の影が坂に向かってまっすぐにのびているとする。このとき、4点 A, B, C, D を通る平面は l と垂直である。その平面において、図 2 のように、直線 AD と直線 BC の交点を P とすると、太陽高度とは $\angle APB$ の大きさのことである。

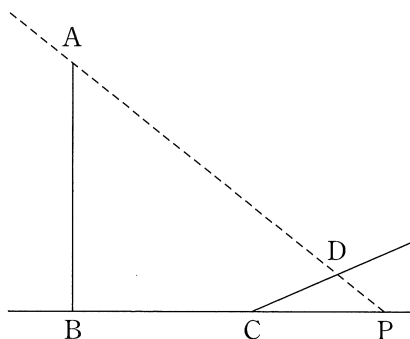


図 2

道路標識の 7% という表示は、この坂をのぼったとき、100 m の水平距離に対して 7 m の割合で高くなることを示している。 n を 1 以上 9 以下の整数とすると、坂の傾斜角 $\angle DCP$ の大きさについて

$$n^\circ < \angle DCP < n^\circ + 1^\circ$$

を満たす n の値は である。

以下では、 $\angle DCP$ の大きさは、ちょうど $^\circ$ であるとする。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

ある日、電柱の影が坂に向かってまっすぐにのびていたとき、影の長さを調べたところ $BC = 7\text{ m}$ 、 $CD = 4\text{ m}$ であり、太陽高度は $\angle APB = 45^\circ$ であった。点 D から直線 AB に垂直な直線を引き、直線 AB との交点を E とするとき

$$BE = \boxed{\text{ス}} \times \boxed{\text{セ}} \text{ m}$$

であり

$$DE = \left(\boxed{\text{ソ}} + \boxed{\text{タ}} \times \boxed{\text{チ}} \right) \text{ m}$$

である。よって、電柱の高さは、小数第 2 位で四捨五入すると $\boxed{\text{ツ}}$ m であることがわかる。

$\boxed{\text{セ}}$ 、 $\boxed{\text{チ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| ① $\sin \angle DCP$ | ② $\frac{1}{\sin \angle DCP}$ | ③ $\cos \angle DCP$ |
| ④ $\frac{1}{\cos \angle DCP}$ | ⑤ $\tan \angle DCP$ | ⑥ $\frac{1}{\tan \angle DCP}$ |

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

- | | | |
|--------|--------|--------|
| ① 10.4 | ② 10.7 | ③ 11.0 |
| ④ 11.3 | ⑤ 11.6 | ⑥ 11.9 |

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

別の日、電柱の影が坂に向かってまっすぐにのびていたときの太陽高度は $\angle APB = 42^\circ$ であった。電柱の高さがわかったので、前回調べた日からの影の長さの変化を知ることができる。電柱の影について、坂にある部分の長さは

$$CD = \frac{AB - \boxed{\text{テ}} \times \boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}} + \boxed{\text{ニ}} \times \boxed{\text{ト}}} \text{ m}$$

である。 $AB = \boxed{\text{ツ}}$ m として、これを計算することにより、この日の電柱の影について、坂にある部分の長さは、前回調べた 4 m より約 1.2 m だけ長いことがわかる。

$\boxed{\text{ト}}$ ~ $\boxed{\text{ニ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| ① $\sin \angle DCP$ | ④ $\cos \angle DCP$ | ② $\tan \angle DCP$ |
| ③ $\sin 42^\circ$ | ⑤ $\cos 42^\circ$ | ⑥ $\tan 42^\circ$ |

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

三角比の表

| 角 | 正弦 (sin) | 余弦 (cos) | 正接 (tan) | 角 | 正弦 (sin) | 余弦 (cos) | 正接 (tan) |
|-----|----------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|
| 0° | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 | 45° | 0.7071 | 0.7071 | 1.0000 |
| 1° | 0.0175 | 0.9998 | 0.0175 | 46° | 0.7193 | 0.6947 | 1.0355 |
| 2° | 0.0349 | 0.9994 | 0.0349 | 47° | 0.7314 | 0.6820 | 1.0724 |
| 3° | 0.0523 | 0.9986 | 0.0524 | 48° | 0.7431 | 0.6691 | 1.1106 |
| 4° | 0.0698 | 0.9976 | 0.0699 | 49° | 0.7547 | 0.6561 | 1.1504 |
| 5° | 0.0872 | 0.9962 | 0.0875 | 50° | 0.7660 | 0.6428 | 1.1918 |
| 6° | 0.1045 | 0.9945 | 0.1051 | 51° | 0.7771 | 0.6293 | 1.2349 |
| 7° | 0.1219 | 0.9925 | 0.1228 | 52° | 0.7880 | 0.6157 | 1.2799 |
| 8° | 0.1392 | 0.9903 | 0.1405 | 53° | 0.7986 | 0.6018 | 1.3270 |
| 9° | 0.1564 | 0.9877 | 0.1584 | 54° | 0.8090 | 0.5878 | 1.3764 |
| 10° | 0.1736 | 0.9848 | 0.1763 | 55° | 0.8192 | 0.5736 | 1.4281 |
| 11° | 0.1908 | 0.9816 | 0.1944 | 56° | 0.8290 | 0.5592 | 1.4826 |
| 12° | 0.2079 | 0.9781 | 0.2126 | 57° | 0.8387 | 0.5446 | 1.5399 |
| 13° | 0.2250 | 0.9744 | 0.2309 | 58° | 0.8480 | 0.5299 | 1.6003 |
| 14° | 0.2419 | 0.9703 | 0.2493 | 59° | 0.8572 | 0.5150 | 1.6643 |
| 15° | 0.2588 | 0.9659 | 0.2679 | 60° | 0.8660 | 0.5000 | 1.7321 |
| 16° | 0.2756 | 0.9613 | 0.2867 | 61° | 0.8746 | 0.4848 | 1.8040 |
| 17° | 0.2924 | 0.9563 | 0.3057 | 62° | 0.8829 | 0.4695 | 1.8807 |
| 18° | 0.3090 | 0.9511 | 0.3249 | 63° | 0.8910 | 0.4540 | 1.9626 |
| 19° | 0.3256 | 0.9455 | 0.3443 | 64° | 0.8988 | 0.4384 | 2.0503 |
| 20° | 0.3420 | 0.9397 | 0.3640 | 65° | 0.9063 | 0.4226 | 2.1445 |
| 21° | 0.3584 | 0.9336 | 0.3839 | 66° | 0.9135 | 0.4067 | 2.2460 |
| 22° | 0.3746 | 0.9272 | 0.4040 | 67° | 0.9205 | 0.3907 | 2.3559 |
| 23° | 0.3907 | 0.9205 | 0.4245 | 68° | 0.9272 | 0.3746 | 2.4751 |
| 24° | 0.4067 | 0.9135 | 0.4452 | 69° | 0.9336 | 0.3584 | 2.6051 |
| 25° | 0.4226 | 0.9063 | 0.4663 | 70° | 0.9397 | 0.3420 | 2.7475 |
| 26° | 0.4384 | 0.8988 | 0.4877 | 71° | 0.9455 | 0.3256 | 2.9042 |
| 27° | 0.4540 | 0.8910 | 0.5095 | 72° | 0.9511 | 0.3090 | 3.0777 |
| 28° | 0.4695 | 0.8829 | 0.5317 | 73° | 0.9563 | 0.2924 | 3.2709 |
| 29° | 0.4848 | 0.8746 | 0.5543 | 74° | 0.9613 | 0.2756 | 3.4874 |
| 30° | 0.5000 | 0.8660 | 0.5774 | 75° | 0.9659 | 0.2588 | 3.7321 |
| 31° | 0.5150 | 0.8572 | 0.6009 | 76° | 0.9703 | 0.2419 | 4.0108 |
| 32° | 0.5299 | 0.8480 | 0.6249 | 77° | 0.9744 | 0.2250 | 4.3315 |
| 33° | 0.5446 | 0.8387 | 0.6494 | 78° | 0.9781 | 0.2079 | 4.7046 |
| 34° | 0.5592 | 0.8290 | 0.6745 | 79° | 0.9816 | 0.1908 | 5.1446 |
| 35° | 0.5736 | 0.8192 | 0.7002 | 80° | 0.9848 | 0.1736 | 5.6713 |
| 36° | 0.5878 | 0.8090 | 0.7265 | 81° | 0.9877 | 0.1564 | 6.3138 |
| 37° | 0.6018 | 0.7986 | 0.7536 | 82° | 0.9903 | 0.1392 | 7.1154 |
| 38° | 0.6157 | 0.7880 | 0.7813 | 83° | 0.9925 | 0.1219 | 8.1443 |
| 39° | 0.6293 | 0.7771 | 0.8098 | 84° | 0.9945 | 0.1045 | 9.5144 |
| 40° | 0.6428 | 0.7660 | 0.8391 | 85° | 0.9962 | 0.0872 | 11.4301 |
| 41° | 0.6561 | 0.7547 | 0.8693 | 86° | 0.9976 | 0.0698 | 14.3007 |
| 42° | 0.6691 | 0.7431 | 0.9004 | 87° | 0.9986 | 0.0523 | 19.0811 |
| 43° | 0.6820 | 0.7314 | 0.9325 | 88° | 0.9994 | 0.0349 | 28.6363 |
| 44° | 0.6947 | 0.7193 | 0.9657 | 89° | 0.9998 | 0.0175 | 57.2900 |
| 45° | 0.7071 | 0.7071 | 1.0000 | 90° | 1.0000 | 0.0000 | — |

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

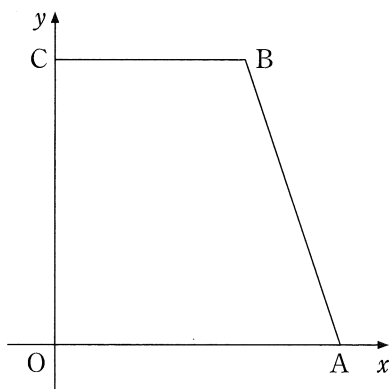
- [1] 座標平面上に4点 $O(0, 0)$, $A(6, 0)$, $B(4, 6)$, $C(0, 6)$ を頂点とする台形 $OABC$ がある。また, この座標平面上で, 点 P , Q は次の規則に従って移動する。

規則

- P は, O から出発して毎秒 1 の一定の速さで x 軸上を正の向きに A まで移動し, A に到達した時点で移動を終了する。
- Q は, C から出発して y 軸上を負の向きに O まで移動し, O に到達した後は y 軸上を正の向きに C まで移動する。そして, C に到達した時点で移動を終了する。ただし, Q は毎秒 2 の一定の速さで移動する。
- P , Q は同時刻に移動を開始する。

この規則に従って P , Q が移動するとき, P , Q はそれぞれ A , C に同時刻に到達し, 移動を終了する。

以下において, P , Q が移動を開始する時刻を**開始時刻**, 移動を終了する時刻を**終了時刻**とする。



参考図

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (1) 開始時刻から 1 秒後の $\triangle PBQ$ の面積は である。
- (2) 開始時刻から 3 秒間の $\triangle PBQ$ の面積について、面積の最小値は
 であり、最大値は である。
- (3) 開始時刻から終了時刻までの $\triangle PBQ$ の面積について、面積の最小値は
 であり、最大値は である。
- (4) 開始時刻から終了時刻までの $\triangle PBQ$ の面積について、面積が 10 以下となる時間は $(\text{ク} - \sqrt{\text{ケ}} + \sqrt{\text{コ}})$ 秒間である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- 〔2〕 高校の陸上部で長距離競技の選手として活躍する太郎さんは、長距離競技の公認記録が掲載されている Web ページを見つけた。この Web ページでは、各選手における公認記録のうち最も速いものが掲載されている。その Web ページに掲載されている、ある選手のある長距離競技での公認記録を、その選手のその競技でのベストタイムということにする。

なお、以下の図や表については、ベースボール・マガジン社「陸上競技ランキング」の Web ページをもとに作成している。

- (1) 太郎さんは、男子マラソンの日本人選手の 2022 年末時点でのベストタイムを調べた。その中で、2018 年より前にベストタイムを出した選手と 2018 年以降にベストタイムを出した選手に分け、それぞれにおいて速い方から 50 人の選手のベストタイムをデータ A, データ B とした。

ここでは、マラソンのベストタイムは、実際のベストタイムから 2 時間を引いた時間を秒単位で表したものとする。例えば 2 時間 5 分 30 秒であれば、 $60 \times 5 + 30 = 330$ (秒) となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 間は次ページに続く。)

(i) 図 1 と図 2 はそれぞれ、階級の幅を 30 秒とした A と B のヒストグラムである。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

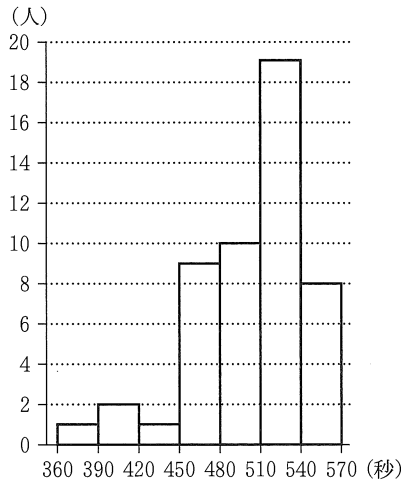


図 1 A のヒストグラム

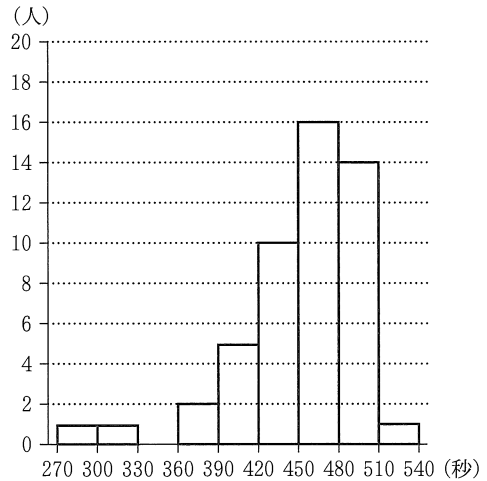


図 2 B のヒストグラム

図 1 から A の最頻値は階級 の階級値である。また、図 2 から B の中央値が含まれる階級は である。

, の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ① 270 以上 300 未満 | ① 300 以上 330 未満 |
| ② 330 以上 360 未満 | ③ 360 以上 390 未満 |
| ④ 390 以上 420 未満 | ⑤ 420 以上 450 未満 |
| ⑥ 450 以上 480 未満 | ⑦ 480 以上 510 未満 |
| ⑧ 510 以上 540 未満 | ⑨ 540 以上 570 未満 |

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (ii) 図 3 は、A、B それぞれの箱ひげ図を並べたものである。ただし、中央値を示す線は省いている。

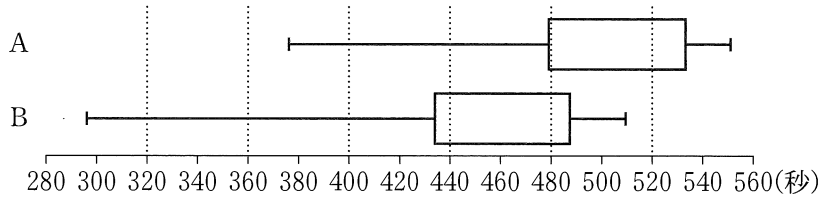


図 3 A と B の箱ひげ図

図 3 より次のことが読み取れる。ただし、A、B それぞれにおける、速い方から 13 番目の選手は、一人ずつとする。

- B の速い方から 13 番目の選手のベストタイムは、A の速い方から 13 番目の選手のベストタイムより、およそ 秒速い。
- A の四分位範囲から B の四分位範囲を引いた差の絶対値は である。

については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|
| ① | 5 | ② | 15 | ③ | 25 | ④ | 35 | ⑤ | 45 | ⑥ | 55 |
|---|---|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|

の解答群

- | | |
|---|--------------|
| ① | 0 以上 20 未満 |
| ② | 20 以上 40 未満 |
| ③ | 40 以上 60 未満 |
| ④ | 60 以上 80 未満 |
| ⑤ | 80 以上 100 未満 |

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 44 ページに続く。)

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

- (iii) 太郎さんは、A のある選手と B のある選手のベストタイムの比較において、その二人の選手のベストタイムが速いか遅いかとは別の観点でも考えるために、次の式を満たす z の値を用いて判断することにした。

式

$$\begin{aligned} (\text{あるデータのある選手のベストタイム}) = \\ (\text{そのデータの平均値}) + z \times (\text{そのデータの標準偏差}) \end{aligned}$$

二人の選手それぞれのベストタイムに対する z の値を比較し、その値の小さい選手の方が優れていると判断する。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

表 1 は、A、B それぞれにおける、速い方から 1 番目の選手 (以下、1 位の選手) のベストタイムと、データの平均値と標準偏差をまとめたものである。

表 1 1 位の選手のベストタイム、平均値、標準偏差

| データ | 1 位の選手のベストタイム | 平均値 | 標準偏差 |
|-----|---------------|-----|------|
| A | 376 | 504 | 40 |
| B | 296 | 454 | 45 |

式と表 1 を用いると、B の 1 位の選手のベストタイムに対する z の値は

$$z = - \boxed{\text{ソ}} . \boxed{\text{タチ}}$$

である。このことから、B の 1 位の選手のベストタイムは、平均値より標準偏差のおよそ $\boxed{\text{ソ}} . \boxed{\text{タチ}}$ 倍だけ小さいことがわかる。

A、B それぞれにおける、1 位の選手についての記述として、次の ㉠～㉣のうち、正しいものは $\boxed{\text{ツ}}$ である。

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

- ㉠ ベストタイムで比較すると A の 1 位の選手の方が速く、 z の値で比較すると A の 1 位の選手の方が優れている。
- ㉡ ベストタイムで比較すると B の 1 位の選手の方が速く、 z の値で比較すると B の 1 位の選手の方が優れている。
- ㉢ ベストタイムで比較すると A の 1 位の選手の方が速く、 z の値で比較すると B の 1 位の選手の方が優れている。
- ㉣ ベストタイムで比較すると B の 1 位の選手の方が速く、 z の値で比較すると A の 1 位の選手の方が優れている。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(2) 太郎さんは、マラソン、10000 m、5000 m のベストタイムに関連がないかを調べることにした。そのために、2022 年末時点でのこれら 3 種目のベストタイムをすべて確認できた日本人男子選手のうち、マラソンのベストタイムが速い方から 50 人を選んだ。

図 4 と図 5 はそれぞれ、選んだ 50 人についてのマラソンと 10000 m のベストタイム、5000 m と 10000 m のベストタイムの散布図である。ただし、5000 m と 10000 m のベストタイムは秒単位で表し、マラソンのベストタイムは(1)の場合と同様、実際のベストタイムから 2 時間を引いた時間を秒単位で表したものとする。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。

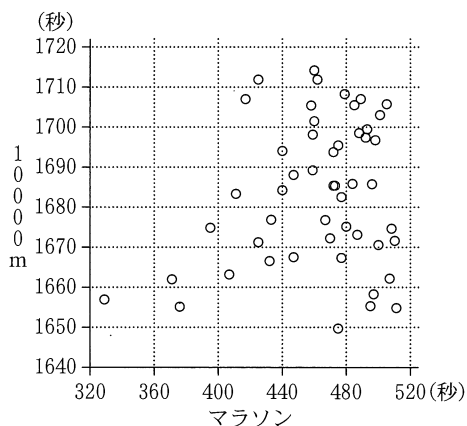


図 4 マラソンと 10000 m の散布図

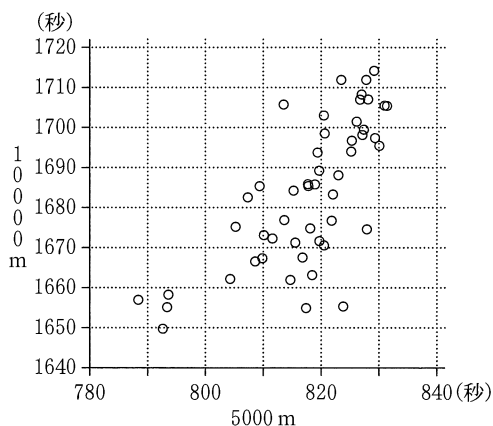


図 5 5000 m と 10000 m の散布図

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

次の (a), (b) は, 図 4 と図 5 に関する記述である。

- (a) マラソンのベストタイムの速い方から 3 番目までの選手の 10000 m のベストタイムは, 3 選手とも 1670 秒未満である。
- (b) マラソンと 10000 m の間の相関は, 5000 m と 10000 m の間の相関より強い。

(a), (b) の正誤の組合せとして正しいものは テ である。

テ の解答群

| | ① | ② | ③ | ④ |
|-----|---|---|---|---|
| (a) | 正 | 正 | 誤 | 誤 |
| (b) | 正 | 誤 | 正 | 誤 |

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

箱の中にカードが 2 枚以上入っており、それぞれのカードにはアルファベットが 1 文字だけ書かれている。この箱の中からカードを 1 枚取り出し、書かれているアルファベットを確認してからもとに戻すという試行を繰り返し行う。

- (1) 箱の中に A、B のカードが 1 枚ずつ全部で 2 枚入っている場合を考える。

以下では、2 以上の自然数 n に対し、 n 回の試行で A、B がそろっているとは、 n 回の試行で A、B のそれぞれが少なくとも 1 回は取り出されることを意味する。

- (i) 2 回の試行で A、B がそろっている確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

- (ii) 3 回の試行で A、B がそろっている確率を求める。

例えば、3 回の試行のうち A を 1 回、B を 2 回取り出す取り出し方は 3 通りあり、それらをすべて挙げると次のようになる。

| 1 回目 | 2 回目 | 3 回目 |
|------|------|------|
| A | B | B |
| B | A | B |
| B | B | A |

このように考えることにより、3 回の試行で A、B がそろっている取り出し方は ウ 通りあることがわかる。よって、3 回の試行で A、B がそろって

いる確率は $\frac{\text{ウ}}{2^3}$ である。

- (iii) 4 回の試行で A、B がそろっている取り出し方は エオ 通りある。よっ

て、4 回の試行で A、B がそろっている確率は $\frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

(2) 箱の中に \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} のカードが 1 枚ずつ全部で 3 枚入っている場合を考える。

以下では、3 以上の自然数 n に対し、 n 回目の試行で初めて A, B, C がそろうとは、 n 回の試行で \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} のそれぞれが少なくとも 1 回は取り出され、かつ \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} のうちいずれか 1 枚が n 回目の試行で初めて取り出されることを意味する。

(i) 3 回目の試行で初めて A, B, C がそろう取り出し方は $\boxed{\text{ク}}$ 通りある。

よって、3 回目の試行で初めて A, B, C がそろう確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{3^3}$ である。

(ii) 4 回目の試行で初めて A, B, C がそろう確率を求める。

4 回目の試行で初めて A, B, C がそろう取り出し方は、(1) の (ii) を振り返ることにより、 $3 \times \boxed{\text{ウ}}$ 通りあることがわかる。よって、4 回目の試行で

初めて A, B, C がそろう確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(iii) 5 回目の試行で初めて A, B, C がそろう取り出し方は $\boxed{\text{サシ}}$ 通りある。

よって、5 回目の試行で初めて A, B, C がそろう確率は $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{3^5}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) 箱の中に \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} , \boxed{D} のカードが 1 枚ずつ全部で 4 枚入っている場合を考える。

以下では、6 回目の試行で初めて A, B, C, D がそろうとは、6 回の試行で \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} , \boxed{D} のそれぞれが少なくとも 1 回は取り出され、かつ \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} , \boxed{D} のうちいずれか 1 枚が 6 回目の試行で初めて取り出されることを意味する。

また、3 以上 5 以下の自然数 n に対し、6 回の試行のうち n 回目の試行で初めて A, B, C だけがそろうとは、6 回の試行のうち 1 回目から n 回目の試行で、 \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} のそれぞれが少なくとも 1 回は取り出され、 \boxed{D} は 1 回も取り出されず、かつ \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} のうちいずれか 1 枚が n 回目の試行で初めて取り出されることを意味する。6 回の試行のうち n 回目の試行で初めて B, C, D だけがそろうなども同様に定める。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

太郎さんと花子さんは、6回目の試行で初めて A, B, C, D がそろそろ確率について考えている。

太郎：例えば、5回目までに \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} のそれぞれが少なくとも1回は取り出され、かつ6回目に初めて \boxed{D} が取り出される場合を考えると計算できそうだね。

花子：それなら、初めて A, B, C だけがそろそろのとき、3回目のとき、4回目のとき、5回目のときで分けて考えてみてはどうか。

6回の試行のうち3回目の試行で初めて A, B, C だけがそろそろ取り出し方が $\boxed{ク}$ 通りであることに注意すると、「6回の試行のうち3回目の試行で初めて A, B, C だけがそろい、かつ6回目の試行で初めて \boxed{D} が取り出される」取り出し方は $\boxed{スセ}$ 通りあることがわかる。

同じように考えると、「6回の試行のうち4回目の試行で初めて A, B, C だけがそろい、かつ6回目の試行で初めて \boxed{D} が取り出される」取り出し方は $\boxed{ソタ}$ 通りあることもわかる。

以上のように考えることにより、6回目の試行で初めて A, B, C, D がそろそろ確率は $\frac{\boxed{チツ}}{\boxed{テトナ}}$ であることがわかる。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

T3, T4, T6 を次のようなタイマーとする。

T3 : 3 進数を 3 桁表示するタイマー

T4 : 4 進数を 3 桁表示するタイマー

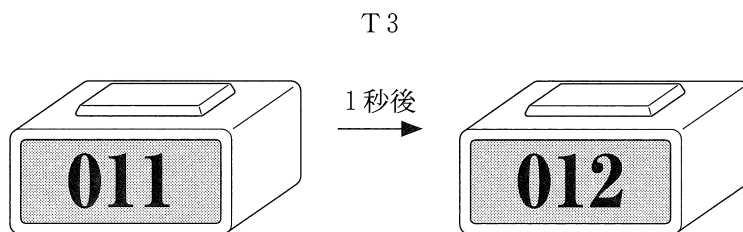
T6 : 6 進数を 3 桁表示するタイマー

なお、 n 進数とは n 進法で表された数のことである。

これらのタイマーは、すべて次の表示方法に従うものとする。

表示方法

- (a) スタートした時点でタイマーは 000 と表示されている。
- (b) タイマーは、スタートした後、表示される数が 1 秒ごとに 1 ずつ増えていき、3 桁で表示できる最大の数が表示された 1 秒後に、表示が 000 に戻る。
- (c) タイマーは表示が 000 に戻った後も、(b) と同様に、表示される数が 1 秒ごとに 1 ずつ増えていき、3 桁で表示できる最大の数が表示された 1 秒後に、表示が 000 に戻るという動作を繰り返す。



参考図

例えば、T3 はスタートしてから 3 進数で $12_{(3)}$ 秒後に 012 と表示される。その後、222 と表示された 1 秒後に表示が 000 に戻り、その $12_{(3)}$ 秒後に再び 012 と表示される。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(1) T6 は、スタートしてから 10 進数で 40 秒後に **アイウ** と表示される。

T4 は、スタートしてから 2 進数で $10011_{(2)}$ 秒後に **エオカ** と表示される。

(2) T4 をスタートさせた後、初めて表示が 000 に戻るのは、スタートしてから 10 進数で **キク** 秒後であり、その後も **キク** 秒ごとに表示が 000 に戻る。

同様の考察を T6 に対しても行うことにより、T4 と T6 を同時にスタートさせた後、初めて両方の表示が同時に 000 に戻るのは、スタートしてから 10 進数で **ケコサシ** 秒後であることがわかる。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) 0 以上の整数 l に対して, T4 をスタートさせた l 秒後に T4 が 012 と表示されることと

l を **スセ** で割った余りが **ソ** であること

は同値である。ただし, **スセ** と **ソ** は 10 進法で表されているものとする。

T3 についても同様の考察を行うことにより, 次のことがわかる。

T3 と T4 を同時にスタートさせてから, 初めて両方が同時に 012 と表示されるまでの時間を m 秒とするとき, m は 10 進法で **タチツ** と表される。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

また、T4 と T6 の表示に関する記述として、次の①～③のうち、正しいものは である。

の解答群

- ① T4 と T6 を同時にスタートさせてから、 m 秒後より前に初めて両方が同時に 012 と表示される。
- ② T4 と T6 を同時にスタートさせてから、ちょうど m 秒後に初めて両方が同時に 012 と表示される。
- ③ T4 と T6 を同時にスタートさせてから、 m 秒後より後に初めて両方が同時に 012 と表示される。
- ④ T4 と T6 を同時にスタートさせてから、両方が同時に 012 と表示されることはない。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

図 1 のように、平面上に 5 点 A, B, C, D, E があり、線分 AC, CE, EB, BD, DA によって、星形の図形ができるときを考える。線分 AC と BE の交点を P, AC と BD の交点を Q, BD と CE の交点を R, AD と CE の交点を S, AD と BE の交点を T とする。

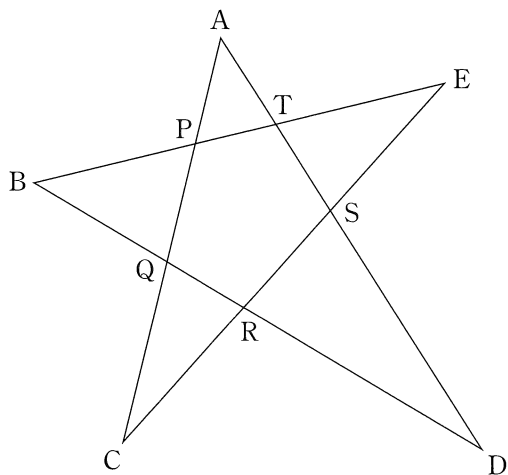


図 1

ここでは

$$AP : PQ : QC = 2 : 3 : 3, \quad AT : TS : SD = 1 : 1 : 3$$

を満たす星形の図形を考える。

以下の問題において比を解答する場合は、最も簡単な整数の比で答えよ。

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(1) $\triangle A Q D$ と直線 $C E$ に着目すると

$$\frac{Q R}{R D} \cdot \frac{D S}{S A} \cdot \frac{\boxed{\text{ア}}}{C Q} = 1$$

が成り立つので

$$Q R : R D = \boxed{\text{イ}} : \boxed{\text{ウ}}$$

となる。また、 $\triangle A Q D$ と直線 $B E$ に着目すると

$$Q B : B D = \boxed{\text{エ}} : \boxed{\text{オ}}$$

となる。したがって

$$B Q : Q R : R D = \boxed{\text{エ}} : \boxed{\text{イ}} : \boxed{\text{ウ}}$$

となることがわかる。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

- | | | | | |
|------|------|------|------|------|
| ① AC | ② AP | ③ AQ | ④ CP | ⑤ PQ |
|------|------|------|------|------|

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(2) 5 点 P, Q, R, S, T が同一円周上にあるとし, $AC = 8$ であるとする。

(i) 5 点 A, P, Q, S, T に着目すると, $AT : AS = 1 : 2$ より

$AT = \sqrt{\text{カ}}$ となる。さらに, 5 点 D, Q, R, S, T に着目すると
 $DR = 4\sqrt{3}$ となることがわかる。

(ii) 3 点 A, B, C を通る円と点 D との位置関係を, 次の構想に基づいて調べよう。

構想

線分 AC と BD の交点 Q に着目し, $AQ \cdot CQ$ と $BQ \cdot DQ$ の大小を比べる。

まず, $AQ \cdot CQ = 5 \cdot 3 = 15$ かつ $BQ \cdot DQ = \text{キク}$ であるから

$$AQ \cdot CQ \text{ } BQ \cdot DQ \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

が成り立つ。また, 3 点 A, B, C を通る円と直線 BD との交点のうち, B と異なる点を X とすると

$$AQ \cdot CQ \text{ } BQ \cdot XQ \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

が成り立つ。① と ② の左辺は同じなので, ① と ② の右辺を比べることにより, $XQ \text{ } DQ$ が得られる。したがって, 点 D は 3 点 A, B, C を通る円の にある。

~ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

| | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| <input type="radio"/> ① < | <input type="radio"/> ① = | <input type="radio"/> ② > |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|

の解答群

| | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="radio"/> ① 内部 | <input type="radio"/> ① 周上 | <input type="radio"/> ② 外部 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(iii) 3点 C, D, E を通る円と 2点 A, B との位置関係について調べよう。

この星形の図形において, さらに $CR = RS = SE = 3$ となることがわかる。したがって, 点 A は 3点 C, D, E を通る円の にあり, 点 B は 3点 C, D, E を通る円の にある。

, の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

| | | |
|------|------|------|
| ① 内部 | ② 周上 | ③ 外部 |
|------|------|------|